

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ МАРИЙ ЭЛ
МУОО АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДСКОГО ОКРУГА Г. ВОЛЖСК
МУНИЦИПАЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОЖСКИЙ ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ ЦЕНТР»

Исследовательская работа по теме:

Применение подобных треугольников при решении практических задач

Работу выполнил:

Мичуков Глеб

Руководитель:

Учитель математики

Габдулхаева Д. К.

г. Волжск

2019 г

Содержание.

1. Введение	3
2. Основные определения и признаки подобия треугольников	4
2.1. Способы определения расстояний на местности	5
2.2. Определение расстояний по линейным размерам предметов.	7
2.3. Измерение расстояний шагами	8
2.4. Измерение расстояний до недоступного предмета	9-10
2.5. Измерение высоты предметов	11-13
3. Выводы и заключения	14
4. Список литературы	15

Введение.

В общеобразовательном курсе геометрии тема «Подобные треугольники» изучается в 8 классе. Я начал изучать эту тему ещё в 5 классе, так как стал участником Республиканского слёта туристов, краеведов, экологов. В одном из самых сложных видов слёта ЭКТМ (экологический контрольный туристический маршрут) есть этап, на котором нужно уметь определять расстояние до недоступного предмета, ширину реки, высоту дерева, расстояние до определённого объекта.

Занимаясь туризмом, я столкнулся с необходимостью применения подобных треугольников при определении высоты дерева, нахождения расстояния до недоступной точки, так как именно этот этап обычно доверяют мне. Я уже тогда искал материал по данной теме и каждый год мы пытались найти новый способ измерения расстояний на местности, стараясь вычислять их с меньшей погрешностью.

Актуальность работы заключается в том, что в ней показано как с помощью инструментов: рулетка, линейка, спичка, карандаш, блокнот, транспортир, вешка можно измерить высоту предмета, расстояние до недоступной точки.

Цель работы: Изучение применения подобия треугольников при измерительной работе на местности.

Поставленные задачи: 1. Изучить научную литературу и материалы в сети интернет по данной теме.

2. Уметь применять признаки подобия треугольников при решении геометрических задач на измерение расстояний на местности.

3. Выполнить практические задачи по определению высоты предмета, в которых используется подобие треугольников.

Гипотеза: С помощью подобия треугольников можно выполнять измерения реальных объектов.

2. Основные определения и признаки подобия треугольников.

Подобие треугольников играет важную роль в геометрии. В жизни мы встречаемся не только с равными фигурами, но и с такими, которые имеют одинаковую форму, но разные размеры. Геометрия называет такие фигуры подобными. Свойства подобия издавна широко использовались на практике при составлении планов, карт, при выполнении архитектурных чертежей и чертежей различных деталей машин и механизмов. Она широко применяется при черчении и построении моделей.

Два треугольника называются подобными, если их соответственные углы равны, а соответствующие стороны пропорциональны.

Признаки подобия треугольников:

1. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
2. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы между этими сторонами равны, то такие треугольники подобны.
3. Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Признаки подобия прямоугольных треугольников:

1. Если прямоугольные треугольники имеют по равному острому углу, то такие треугольники подобны. У прямоугольного треугольника один угол прямой, поэтому для подобия двух прямоугольных треугольников достаточно, чтобы у них было по равному острому углу.
2. Если катеты одного прямоугольного треугольника пропорциональны катетам второго прямоугольного треугольника, то такие треугольники подобны.
3. Если катет и гипотенуза одного прямоугольного треугольника пропорциональны катету и гипотенузе второго прямоугольного треугольника, то такие треугольники подобны.

2.1 Способы определения расстояний на местности.

Очень часто требуется определять расстояния до различных предметов на местности. Наиболее точно и быстро расстояния определяются посредством специальных приборов (дальномеров) и дальномерных шкал биноклей, стереотруб, прицелов. Но из-за отсутствия приборов нередко расстояния определяют с помощью подручных средств и на глаз.

К числу распространенных способов определения дальности (расстояний) до объектов на местности относятся следующие: по угловым размерам объекта; по линейным размерам объектов; глазомерный; по видимости (различимости) объектов; по звуку и др..

Определение расстояний по угловым размерам предметов (рис. 8) основано на зависимости между угловыми и линейными величинами. Угловые размеры предметов измеряют в тысячных с помощью бинокля, приборов наблюдения и прицеливания, линейки и т.д.

Некоторые угловые величины (в тысячных долях дистанции) приведены в таблице.

Наименование предметов	Размер в тысячных
Толщина большого пальца руки	40
Толщина указательного пальца	33
Толщина среднего пальца	35
Толщина мизинца	25
Карандаш простой	10-11
Спичечная коробка по длине, по ширине	60/50
Спичечная коробка по высоте	30
Толщина спички	2

Расстояние до предметов в метрах определяют по формуле: $D = \frac{B}{Y} 1000$, где В - высота (ширина) предмета в метрах; У - угловая величина предмета в тысячных.

Например 1) угловой размер наблюдаемого в бинокль ориентира (телеграфный столб с подпоркой), высота которого 6 м, равен малому делению сетки бинокля (0-05). Следовательно, расстояние до ориентира будет равно:

$$D = \frac{6}{5} 1000 = 1200 \text{ м}$$

2) угол в тысячных, измеренный линейкой, расположенной на расстоянии 50 см от глаза,

3) 1 мм равен 0-02) между двумя телеграфными столбами 0-32 (телеграфные столбы находятся друг от друга на расстоянии 50 м. Следовательно, расстояние до

ориентира будет равно: $D = \frac{50}{32} 1000 = 1562,5 \text{ м}$.

4) высота дерева в тысячных, измеренная линейкой 0-21 (истинная высота дерева 6 м). Следовательно, расстояние до ориентира будет

равно: $D = \frac{6}{21} 1000 = 285,7 \text{ м}$.

2.2. Определение расстояний по линейным размерам предметов.

С помощью линейки, расположенной на расстоянии 50 см от глаза, измеряют в миллиметрах высоту (ширину) наблюдаемого предмета. Затем действительную высоту (ширину) предмета в сантиметрах делят на измеренную по линейке в миллиметрах, результат умножают на постоянное число 5 и получают искомую высоту предмета в метрах.

$$D = \frac{V_{\text{предмета(см)}}}{V_{\text{измеренная(мм)}} \cdot 5$$

Определение расстояний по линейным размерам объекта (предмета)

Например, расстояние между телеграфными столбами равно 50 м закрывается на линейке отрезок 10 мм. Следовательно, расстояние до телеграфной

линии равно: $D = \frac{5000}{20} \cdot 5 = 1250 \text{ м}$

Предмет	Размеры, м		
	Высота	Длина	Ширина
Грузовой автомобиль	2-2,5	5-6	2-3,5
Легковой автомобиль	1,6	4	1,5
Пассажирский вагон четырехосный	4	20	3
Железнодорожная цистерна четырехосная	3	9	2,8
Деревянный столб линии связи	5-7	-	-
Человек среднего роста	1,7	-	-

Точность определения расстояний по угловым и линейным величинам составляет 5-10% длины измеряемого расстояния. Для определения расстояний по угловым и линейным размерам предметов рекомендуется запомнить величины (ширину, высоту, длину) некоторых из них, приведенные в таблице.

2.3. Измерение расстояний шагами.

Этот способ применяется обычно при движении по азимуту, составлении схем местности, нанесении на карту (схему) отдельных объектов и ориентиров и в других случаях. Счет шагов ведется, как правило, парами. При измерении расстояния большой протяженности шаги более удобно считать тройками попеременно под левую и правую ногу. После каждой сотни пар или троек шагов делается отметка каким-нибудь способом и отсчет начинается снова. При переводе измеренного расстояния шагами в метры число пар или троек шагов умножают на длину одной пары или тройки шагов.

Например, между точками поворота на маршруте пройдено 254 пары шагов. Длина одной пары шагов равна 1,6 м. Тогда $D = 254 \times 1,6 = 406,4 \text{ м}$

Обычно шаг человека среднего роста равен 0,7-0,8 м. Длину своего шага достаточно точно можно определить по формуле: $D = \frac{P}{4} + 0,37$, где D-длина одного шага в метрах; P - рост человека в метрах.

Например, если рост человека 1,72 м, то длина его шага будет равна: $D = \frac{1,72}{4} + 0,37 = 0,8 \text{ м}$.

Более точно длина шага определяется промером какого-нибудь ровного линейного участка местности, например дороги, протяженностью 200-300 м, который заранее измеряется мерной лентой (рулеткой, дальномером и т. п.).

При приближенном измерении расстояний длину пары шагов принимают равной 1,5 м. Средняя ошибка измерения расстояний шагами в зависимости от условий движения составляет около 2-5% пройденного расстояния. Определение расстояния по времени и скорости движения. Этот способ применяется для приближенного определения величины пройденного расстояния, для чего среднюю скорость умножают на время движения. Средняя скорость пешехода около 5, а при движении на лыжах 8-10 км/ч.

2.4. Измерение расстояний до недоступного предмета.

1) Измерение расстояния до недоступной точки способом «кепки».

Для определения ширины реки (оврага) необходимо встать на берег и надвинуть кепку на лоб так, чтобы из-под козырька был виден только обрез воды на противоположном берегу. Далее не меняя наклона головы и положения кепки, следует повернуть голову вправо (влево), заметить предмет, который находится на том же берегу, что и наблюдатель, и виден из-под края козырька. Расстояние до этого предмета равно ширине реки.

2) Определение расстояния при помощи линейки.

Линейка с миллиметровыми делениями, удерживаемая на расстоянии вытянутой руки, т. е. примерно в пятидесяти сантиметрах от глаза, позволяет определять расстояние до предмета, если фактическая высота последнего известна, а «видимая высота» будет отсчитана по линейке. Этим же методом может быть определено расстояние и по известной ширине наблюдаемого предмета, если последняя расположена перпендикулярно к лучу зрения.

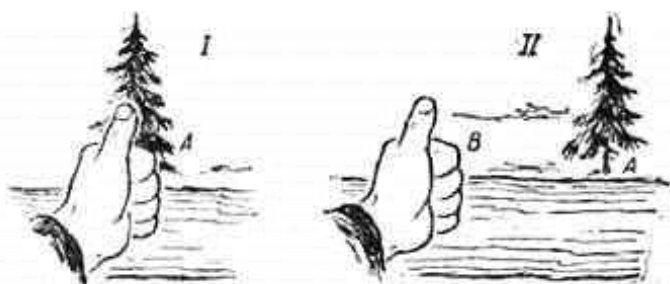
Разделив действительную высоту на удвоенную высоту, измеренную по линейке, найдем расстояние до наблюдаемого предмета. Это расстояние выразится в метрах, если обе высоты (фактическая и видимая) предмета взяты в одинаковых единицах (миллиметрах).

Например, телеграфный столб высотой 6,4 м закрывается восемью миллиметрами на линейке. Следовательно, расстояние до столба будет равно $6400:16 = 400$ м.

Для использования этого приема следует знать высоты наиболее часто встречающихся предметов (в м): телеграфный столб — 6,4; железнодорожные вагоны — пассажирские 4,3, товарные двухосные 3,5, товарные четырехосные 4; автомобили — легковые 1,5, грузовые 3; жилые дома (один этаж) — в сельской местности 3-4, в городской 3,5-5 м.

3) Определение расстояний с помощью большого пальца.

Существует и такой, самый быстрый, но весьма приближённый способ определения ширины реки - закрывают правый глаз и направляют поднятый вверх большой палец вытянутой горизонтально руки в направлении приметного предмета "А" противоположного берега. Затем, поменяв открытый глаз (так появляется стереоскопический эффект в виде стереопары изображений из двух различных точек наблюдения), замечают, что палец как бы отскочил вбок от наблюдаемого предмета в точку "В". Оценив на глаз расстояние АВ, в метрах (предполагая, примерно, высоту или ширину предметов), и умножив его на 10, получают примерную ширину реки. Человек при таких измерениях - выступает как стереофотограмметрический прибор.

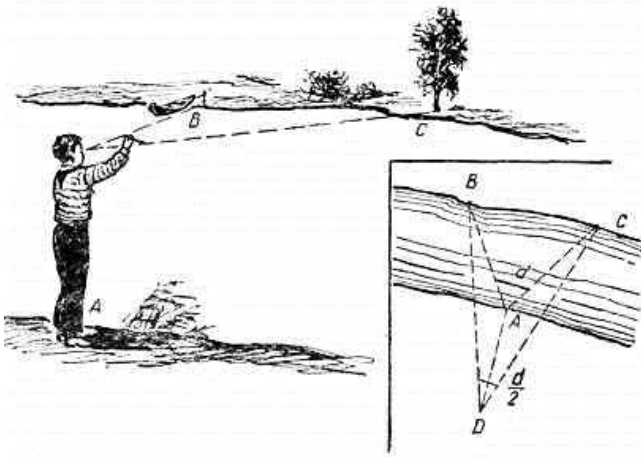


Определение ширины реки при помощи большого пальца руки.

4) Определение расстояний с помощью соломинки.

Весьма прост и удобен приближенный прием определения ширины реки при помощи травинки или нитки.

Стоя на берегу реки в точке "А", замечают на противоположном ее берегу два приметных предмета (например лодку В и дерево "С", расположенных близ уреза). Затем, взяв травинку (нитку) за ее концы вытянутыми перед собой руками, замечают ее длину "d", которой закрывается промежуток ВС между выбранными предметами (смотреть надо одним глазом). Затем, сложив травинку пополам, отходят от реки до тех пор (точка "D"), пока промежуток ВС не будет закрыт травинкой. Пройденное расстояние AD будет равно ширине реки.



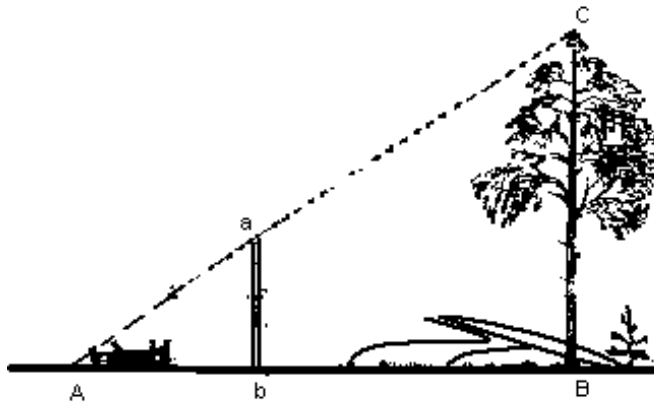
2.5. Измерение высоты предметов.

1) Определение высоты дерева с помощью зеркала.

Если имеется зеркало, расположенное на земле горизонтально или лужа с дождевой водой, можно использовать оптическое свойство - равенство углов падения и зеркального отражения светового луча. Для этого, нужно встать на точке, из которой, в середине зеркала видна вершина предмета. Зная свой рост (на уровне глаз), расстояние до центра зеркала и от него до предмета, используя подобие треугольников, составить численную пропорцию или построить схему графически, в выбранном масштабе.

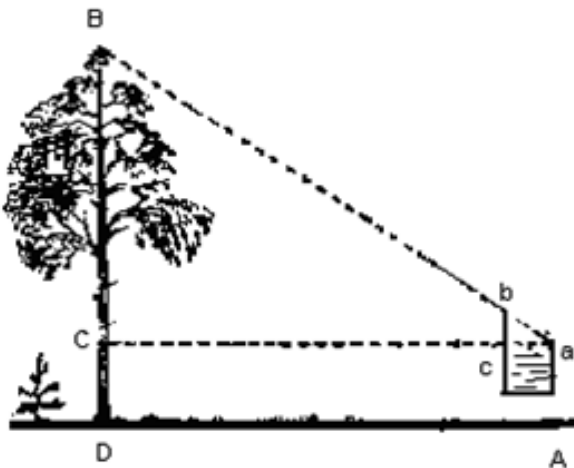
2) Измерение высоты с помощью шеста.

Можно померить и без дополнительных приспособлений. Один человек, лёжа на земле, смотрит на вершину объекта - по макушке головы стоящего помощника. Рост известен, горизонтальные расстояния - промеряются шагомерно. Используя подобие треугольников, необходимо составить численную пропорцию и найти высоту.



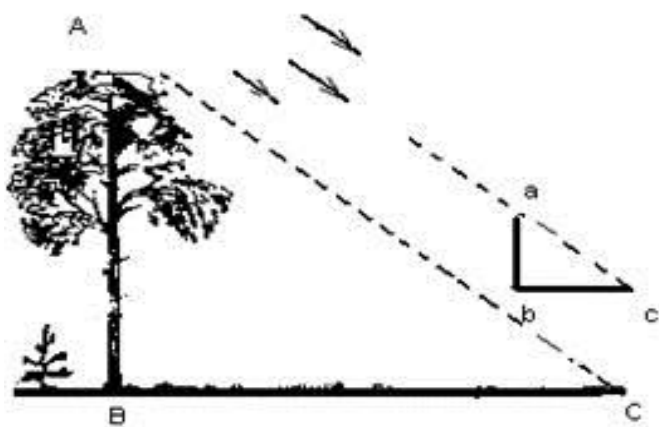
3) Измерение высоты с помощью записной книжки.

В качестве прибора для приблизительной оценки недоступной высоты можно использовать карманную записную книжку и карандаш. Она поможет построить в пространстве те два подобных треугольника, из которых получается искомая высота. Книжку надо держать возле глаз так, как показано на рисунке. Она должна находиться в отвесной плоскости, а карандаш выдвигаться над верхним обрезом книжки настолько, чтобы, глядя из точки *a* видеть вершину *B* дерева покрытой кончиком *b* карандаша. Тогда вследствие подобия треугольников *abc* и *aBC* высота *BC* определяется из пропорции $BC : bc = aC : ac$



4) Измерение высоты по его тени.

В солнечную погоду, измерить длину тени от дерева и от человека. Используя подобие треугольников, составить численную пропорцию или построить графически, в выбранном масштабе. В пасмурный день, когда не видно солнца на небе и лунной ночью, поставленная задача решается другими методами. Например, можно определить высоту с помощью способа, изображённого на рисунке (построение прямоугольного равнобедренного треугольника), используя, дополнительно, современную лазерную указку, ориентированную по эккеру на 45° относительно земной поверхности - для визирования вершины предмета. Эккерная рамка ставится в вертикальной плоскости, а прямой угол между поверхностью земли и стороной квадрата крестовины - выставляется по отвесу. Если произвольный угол $A'B'C'$ мерить при помощи угломера, тогда придётся смотреть в таблицах тангенсы угла и считать. Вместо эккерной рамки можно использовать транспортир. Таблица для нахождения тангенсов углов имеется в приложении.



3. Выводы и заключения.

Выполнена практическая часть, в которой измерена высота берёзы различными способами. Результаты измерений помещены в таблице.

В данной работе я решил собрать возможные способы измерения расстояний на местности, углубить знания по теме «Подобные треугольники» и попытаться найти оптимальные способы измерений для применения этих знаний на практике, для обучения участников будущей команды слёта.

Изучение темы «Подобие треугольников» и практические работы на местности обогатили меня новыми знаниями, расширили кругозор по геометрии. Мною были изучены различные способы измерения высоты предмета. Полученные знания достаточно легко применяются на практике.

Считаю мою работу перспективной. Она поможет мне в изучении темы «Подобные треугольники» в 8 классе.

4. Список изучаемой литературы:

1. Атанасян и др. « Геометрия 7-9 кл.», М. 2009г.
2. Брадис В.М. Четырёхзначные математические таблицы.-7-е изд.,стереотип.- М.: Дрофа, 2004.-96 с.:ил. ISBN 5-7107-8147-9
- 3.Виленкин Н.Я., Шибасов Л.Т. «За страницами учебника математики» – М.: Просвещение: АО «Учеб. лит.», 1996.
4. Ганьшин В.Н. «Простейшие измерения на местности», М., 1973

Практические измерения на местности (измерение высоты берёзы).

	Способ измерения	Расстояние от берёзы	Размеры	Вычисления	Результат
1	С помощью карандаша	20 м	Рост человека 1,62 м	$1,62 \cdot 12 = 19,44$ м	19,44 м
2	С помощью высотомера	20 м	На основании дерева 1м. На макушке дерева 20м	$20\text{м} - 1\text{м} = 19\text{ м}$	19 м
3	С помощью транспортира	20 м	Угол наклона 42°		По таблице 19 м
4	С помощью блокнота и карандаша	20 м	Длина блокнота 15,5 см, длина карандаша 13 см Высота над уровнем глаз 160 см	$h = \frac{2000\text{см} \cdot 13\text{см}}{15,5\text{см}}$ $+160\text{ см}$ $=16,77\text{м}$ $+1,6\text{м}=18,38\text{ м}$	18,38 м
5	С помощью шеста	20 м	Высота шеста 2 м, Расстояние до шеста 2м	$h = \frac{2 \cdot 20}{2} = 20\text{ м}$	20 м
6	Глазомерный способ		Высота здания 15 м, Высота берёзы над зданием $\approx 3,5$	$15\text{ м} + 3,5\text{ м}$ $=18,5\text{ м}$	18,5м